15. APLICACIÓN DEL CAMBIO DE PLANO A ENCONTRAR DISTANCIAS

15.1. Distancia entre dos puntos A y B

La verdadera magnitud de un segmento **AB** es la longitud del segmento que tiene como extremos los dos puntos **A** y **B** dados.

Si el segmento es paralelo a un plano de proyección, se proyectará en verdadera magnitud en este plano.

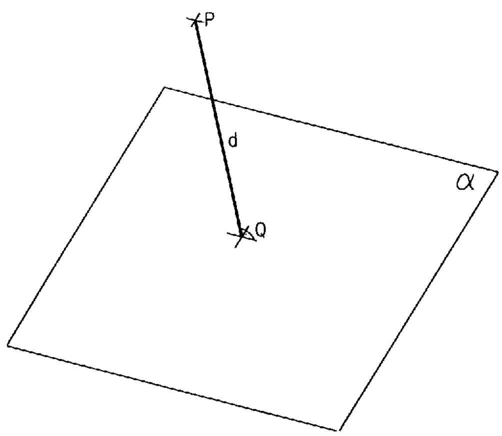
Si el segmento está situado en una situación oblicua respecto a los dos planos principales de proyección, podremos utilizar cualquiera de las técnicas del sistema diédrico que nos permitan colocar el segmento en una posición favorable para resolver nuestro problema: paralelo a un plano de proyección.

Este problema ya ha sido resuelto en apartados anteriores, por ejemplo, mediante las técnicas del cambio de plano de proyección o del giro.

Es preciso obsevar que siempre que hablamos de «distancia» nos referimos a la distancia mínima.

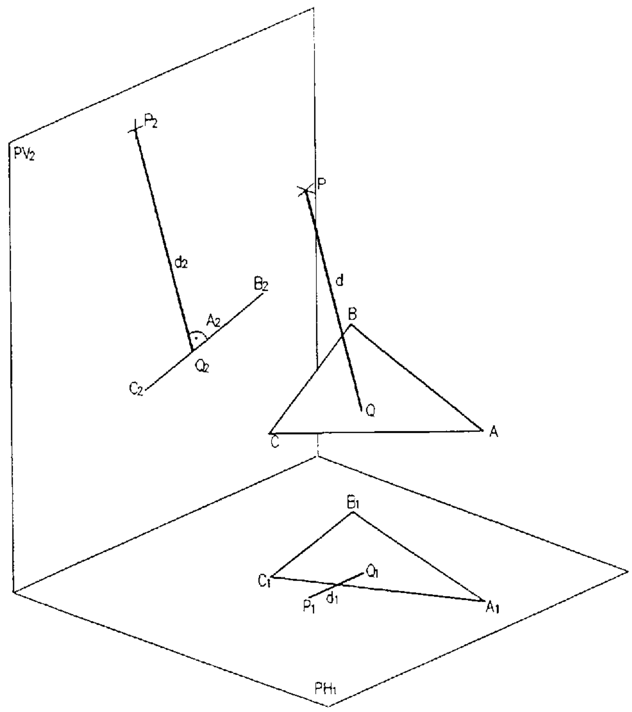
15.2. Distancia entre punto y plano

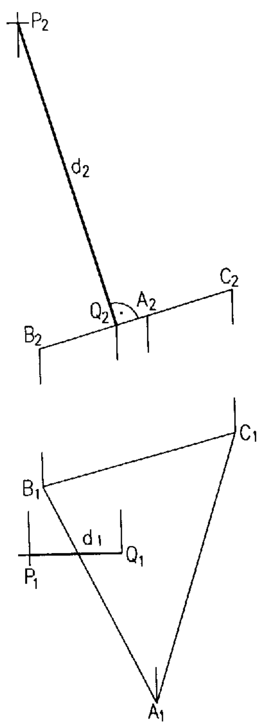
La distancia **d** entre un punto **P** y un plano definidos previamente será el segmento **PQ** contenido en la recta perpendicular al plano que pasa por **P**, donde el punto **Q** es el punto de intersección de la mencionada recta con el plano dado. Existen diversas formas de obtener esta distancia, pero nuestra propuesta es ir a buscar la posición favorable del plano que nos permita encontrar cómodamente el segmento **PQ**.



Distancia entre un punto y un plano proyectante

Supongamos dadas las proyecciones diédricas principales de un triángulo de vértices **ABC** que nos definen un plano proyectante vertical, y un punto **P** exterior a este plano. Cuando el plano es proyectante vertical (o sea de canto), la recta perpendicular a este plano será frontal y el punto **Q** de intersección se encontrará directamente en la proyección vertical.



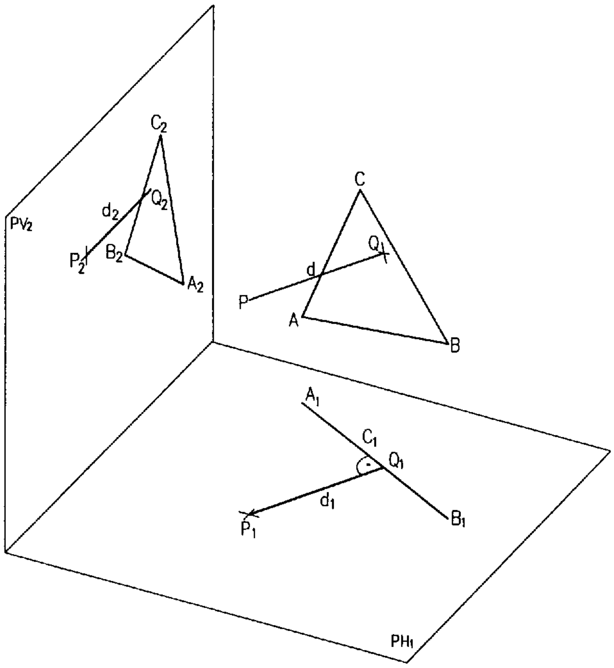


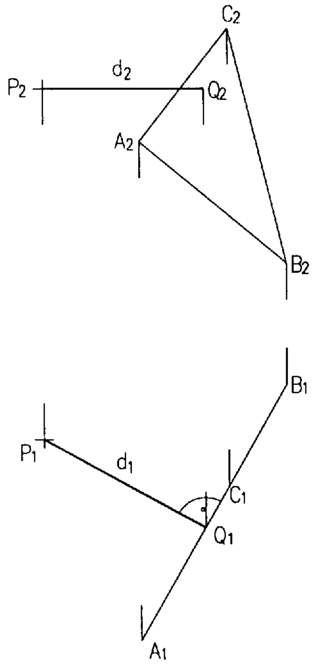
La posición espacial de la distancia entre **P** y el plano definido por **ABC** queda determinada por las proyecciones diédricas del segmento **PQ: $\mathbf{d_1}$ y $\mathbf{d_2}$**.

La verdadera magnitud de esta distancia será la proyección vertical del segmento **PQ: $\mathbf{P_2Q_2 = d_2}$**.

Obsérvese que la distancia entre un punto y el plano proyectante se ha encontrado directamente en proyecciones principales. Un plano proyectante se encuentra por lo tanto en una posición favorable que nos permite resolver más fácilmente algunos de los problemas que se nos plantean, que en otra posición podrían ser de resolución más compleja.

Si el plano definido por **ABC** estuviese situado en posición perpendicular al plano horizontal (**plano proyectante horizontal**), el problema de distancia punto-plano se resolvería de manera similar:

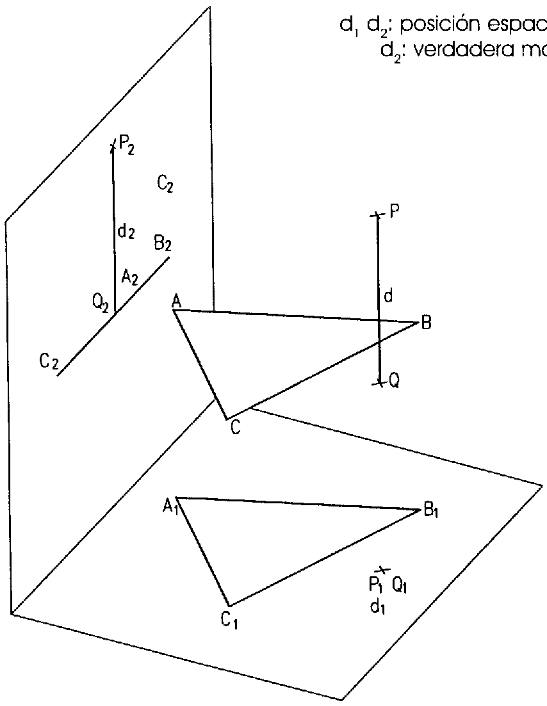


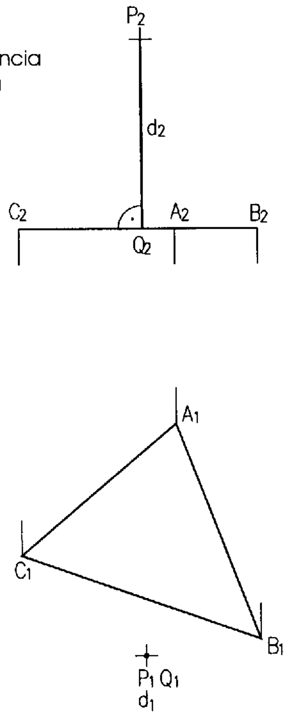


La posición espacial del segmento distancia está dada por d_1 y d_2, mientras que ahora será d_1 la verdadera magnitud.

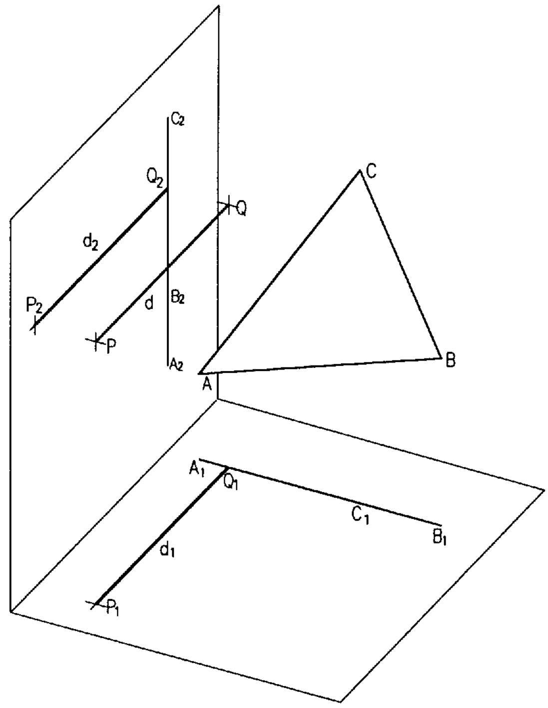
En el caso de que **ABC** definiera un plano paralelo a uno de los de proyección - por ejemplo, **plano horizontal** - el segmento distancia sería perpendicular a este plano de proyección:

d_1 d_2: posición espacial del segmento distancia
d_2: verdadera magnitud de la distancia



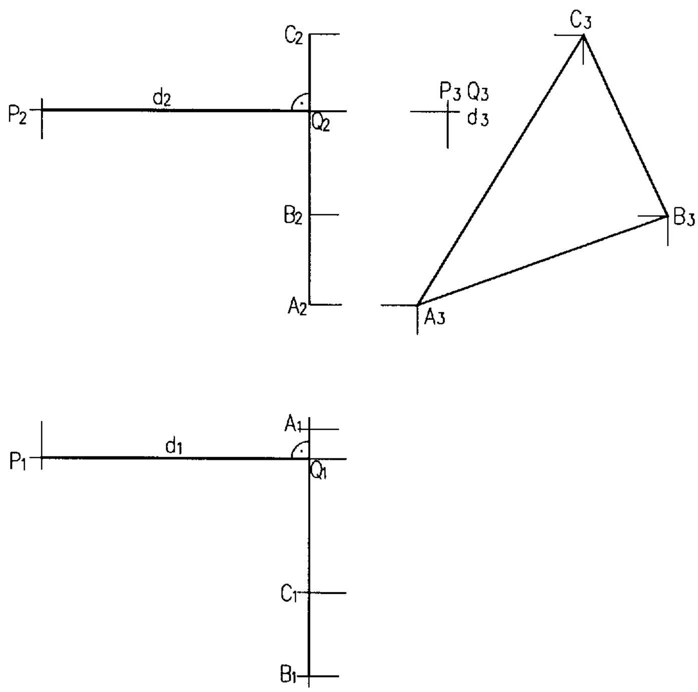


Si el plano definido por **ABC** fuera de perfil, el segmento distancia sería paralelo a los dos planos de proyección y, por lo tanto, la distancia se proyectaría en verdadera magnitud tanto en el plano horizontal como en el vertical de proyección.



d_1 d_2: posición espacial del segmento distancia

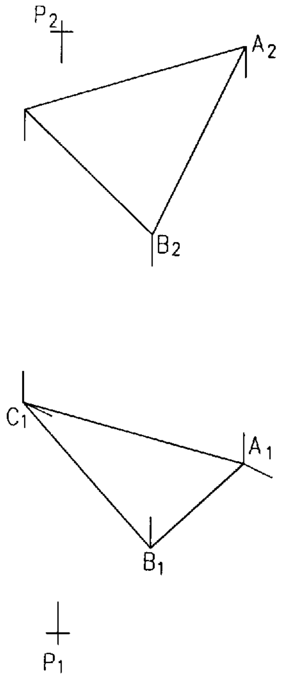
d_1 = d_2 : verdadera magnitud de la distancia

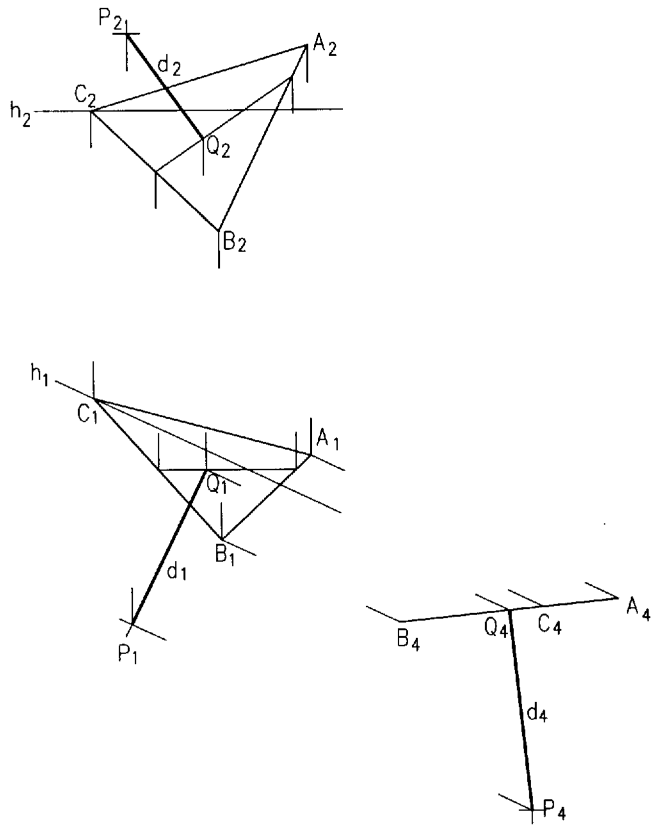


Distancia de un punto P a un plano oblicuo ABC

La posición favorable para obtener la distancia entre un punto y un plano es cuando el plano se encuentra en posición perpendicular a uno de los planos de proyección (posición de plano proyectante). Mediante un único cambio de plano de proyección podemos convertir cualquier plano oblicuo en plano proyectante.

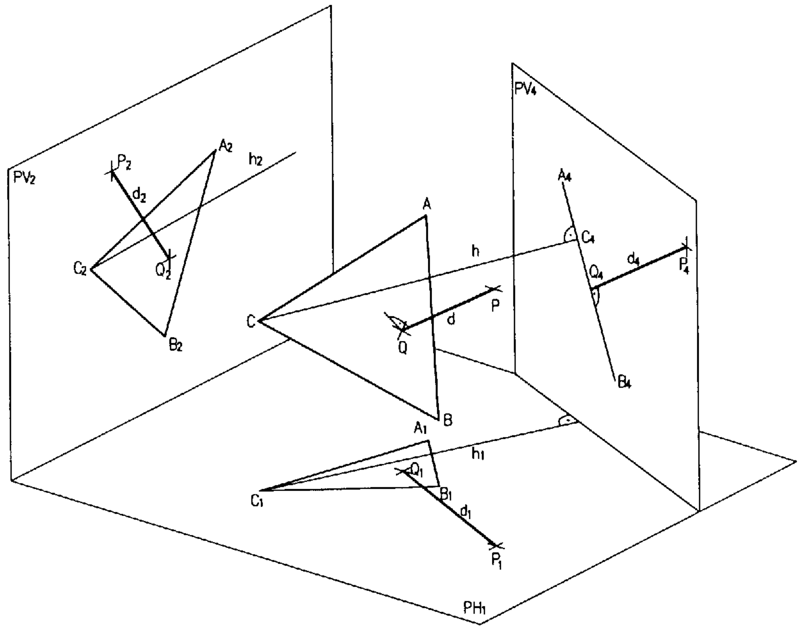
Supongamos, por ejemplo, que nos dan las proyecciones diédricas principales horizontales y verticales de tres puntos **ABC** que nos definen un plano oblicuo: $\mathbf{A_1\,B_1\,C_1}$, $\mathbf{A_2\,B_2\,C_2}$. Supongamos dadas también las proyecciones principales del punto **P:** $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$.





Para la resolución se ha tomado una recta horizontal **h** (proyecciones $\mathbf{h_1}$ y $\mathbf{h_2}$) del plano **ABC** y a continuación se ha realizado el cambio de plano vertical que permita colocar la recta **h** como recta de punta ($\mathbf{h_4}$): el plano **ABC** queda proyectante ($\mathbf{A_4B_4C_4}$ de canto, o sea, perpendicular al nuevo plano vertical de proyección).

Después de proyectar el punto **P** en este nuevo plano de proyección (**P_4**), encontraremos el segmento distancia en esta posición favorable: verdadera magnitud **d_4** = **P_4 Q_4**. A continuación podemos encontrar la proyección horizontal **Q**, si sabemos que los puntos **P** y **Q** estarán a la misma distancia del nuevo plano vertical de proyección. Finalmente, deshaciendo el cambio de plano, obtendremos la proyección **Q_2**.

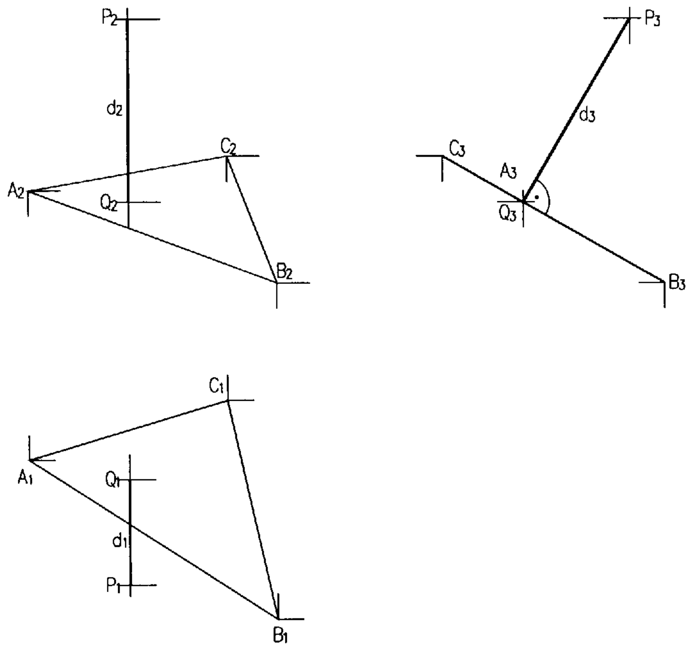


Posición espacial de la distancia entre el punto P y el plano determinado por ABC: está dado por las proyecciones principales del segmento PQ: d_1 y d_2 .

El mismo problema podría resolverse convirtiendo el plano **ABC** en plano proyectante horizontal, si se realiza el cambio adecuado de plano horizontal. Obviamente, el resultado, tanto en lo que se refiere a la verdadera magnitud, como a la posición del segmento distancia, sería idéntico.

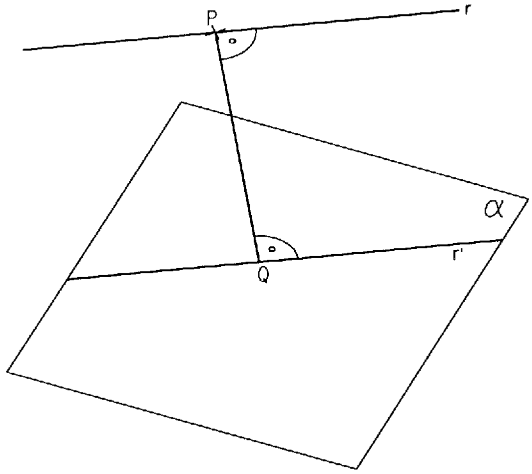
Como caso particular, si el plano oblicuo fuera paralelo a la línea de tierra, o sea, si se tratase de un plano **proyectante de perfil**, se resolvería de forma similar.

Podríamos, en este caso, utilizar por ejemplo la tercera proyección, o sea, la proyección en un plano de perfil, en el cual se podría observar el plano como proyectante. El segmento distancia en este caso sería un segmento de perfil.



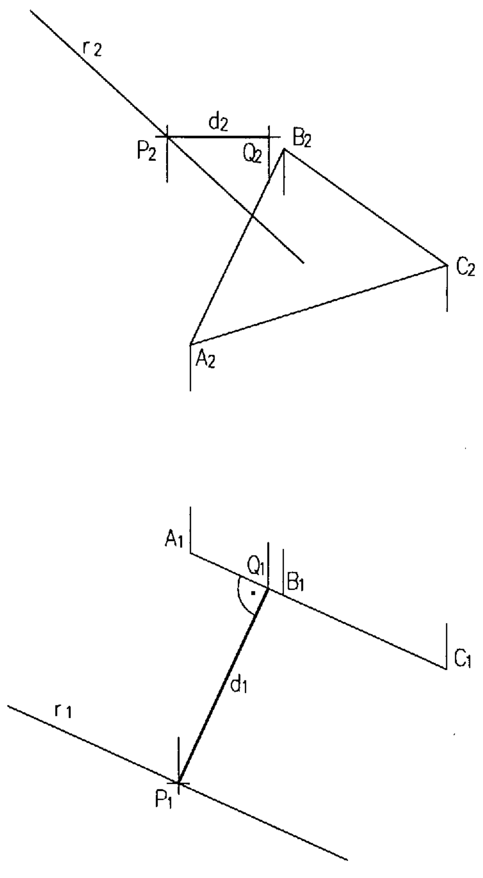
P_1Q_1 = d_1 y **P_2Q_2 = d_2** son las proyecciones principales que nos darán la **posición** espacial del segmento, mientras que **P_3Q_3 = d_3** es la **verdadera magnitud.**

15.3. Distancia entre plano y recta paralelos



La distancia entre un plano y una recta que sean paralelos entre sí es exactamente la misma que entre un punto cualquiera de esta recta y el plano. Por lo tanto, dadas la recta **r** y el plano, tomaremos un punto **P** cualquiera de la recta **r** y buscaremos la distancia entre este punto y el plano, problema que ya ha sido resuelto en un apartado anterior.

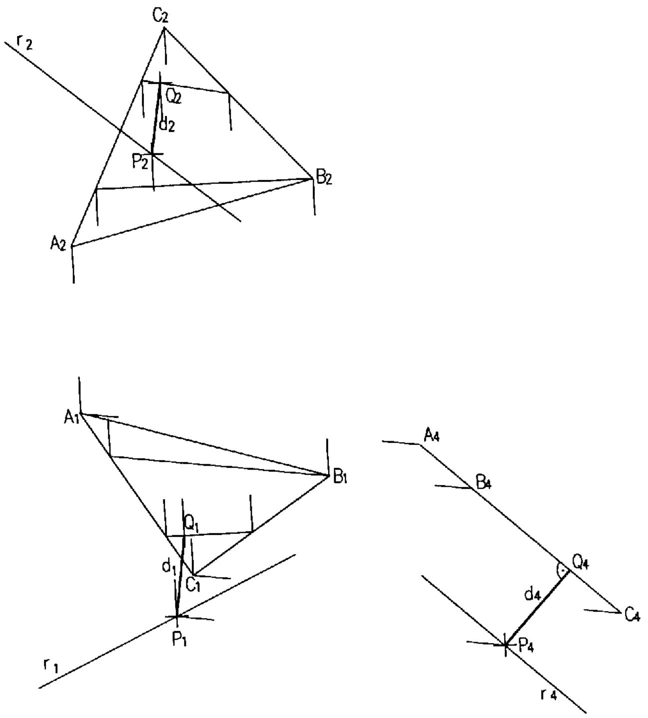
Como ejemplo ilustrativo, seguidamente se ha encontrado la distancia entre la **recta r** y el **plano proyectante horizontal** definido por **ABC.**



d_1 d_2: posición espacial del segmento distancia para el punto P elegido

d_1: verdadera magnitud de la distancia

En el caso general de que el plano definido por **ABC** fuera oblicuo, podríamos convertir el plano en proyectante para encontrarnos en una posición similar a la anterior.



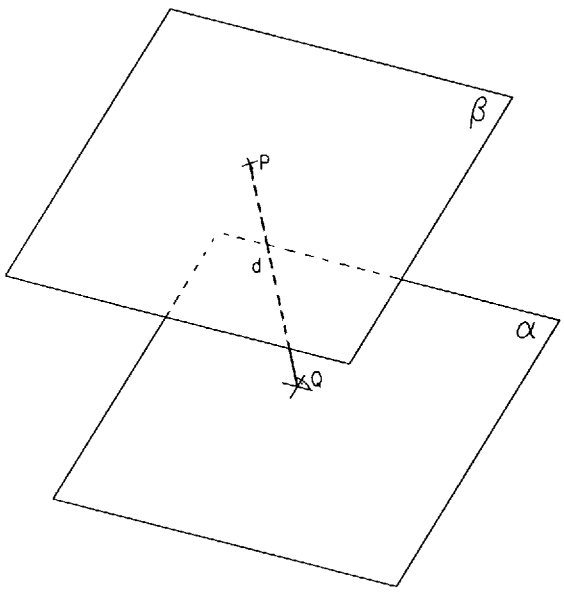
d_1 d_2: posición espacial del segmento distancia

d_4: verdadera magnitud de la distancia

En este caso se ha optado por convertir el plano **ABC** en plano de canto, como posición favorable.

15.4. Distancia entre dos planos paralelos

La distancia entre dos planos paralelos α y β es la misma que la distancia entre un punto cualquiera de uno de los planos (por ejemplo, el punto P que pertenece a β) y el otro plano.



La resolución del problema distancia punto-plano, ya planteada y resuelta en apartados anteriores, permite obviar la resolución del problema de la distancia plano-plano, ya que un problema queda reducido al otro con la indicación anteriormente apuntada.

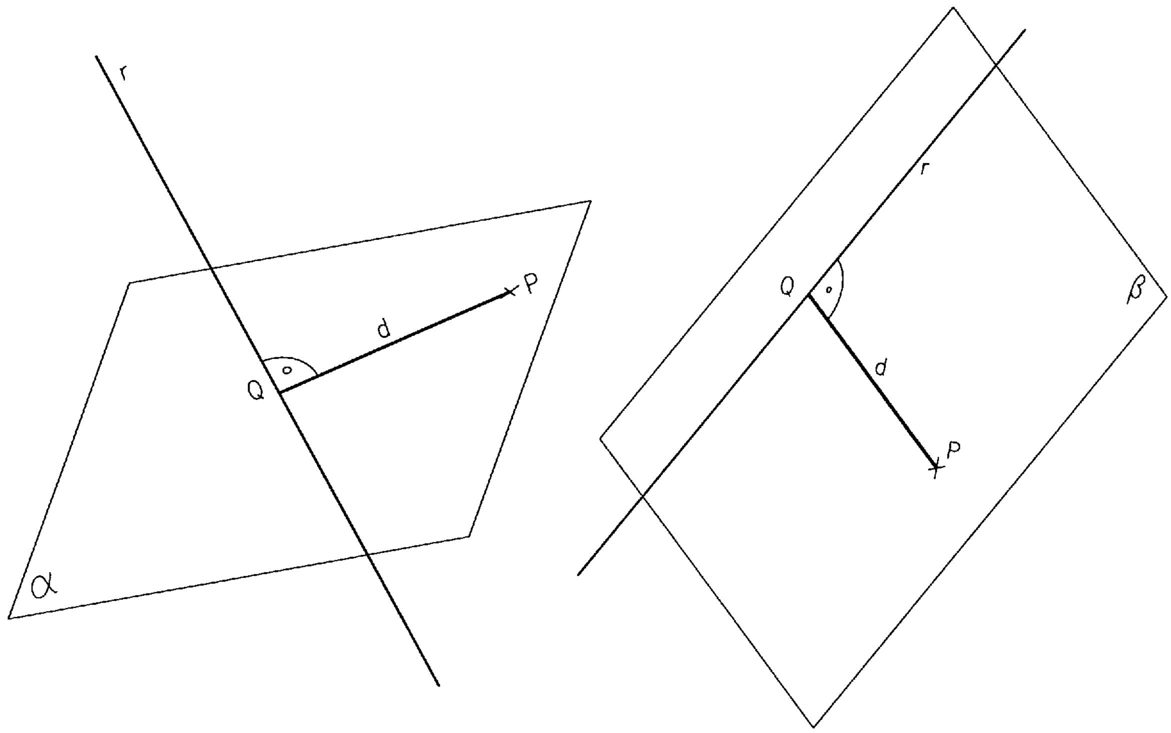
La posición favorable más conveniente para observar la verdadera magnitud de la distancia entre dos planos paralelos es aquella en la que los dos planos son proyectantes.

15.5. Distancia entre punto y recta

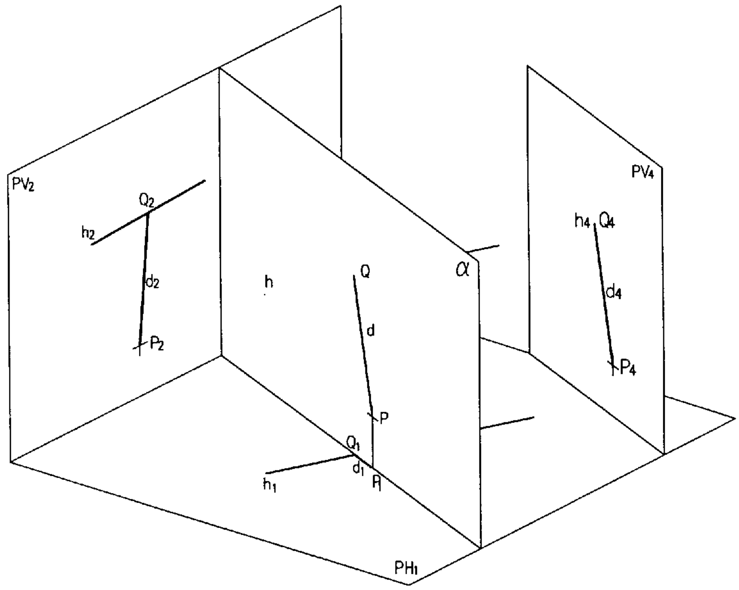
La distancia **d** entre un punto **P** y una recta **r** dados es el segmento **PQ,** perpendicular a la recta **r**, donde **Q** es un punto de la recta **r** y **P** es el punto dado.

Así pues, la distancia **d** que buscamos debe estar contenida en un plano **α** que contiene el punto **P** y es perpendicular a **r**.

Observación: Una recta **r** y un punto **P** que no le pertenece definen siempre un plano **β**. La distancia **d** entre el punto **P** y la recta **r** estará también contenida en el plano **β**. Cualquier método que nos permita encontrar la verdadera magnitud del plano **β** (abatimiento, cambios de plano de proyección, giros...), **también** nos permitirá encontrar la distancia **d**.



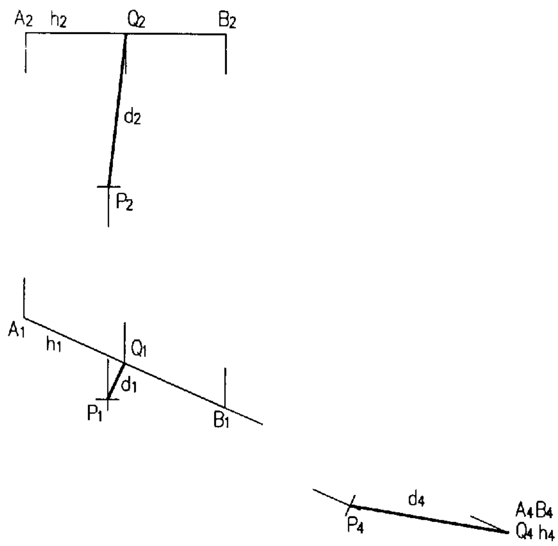
Distancia entre un punto P y una recta h horizontal



Datos: las proyecciones principales, horizontales y verticales, de una recta **h** (**h**$_1$,**h**$_2$) y de un punto **P(P**$_1$,**P**$_2$**)**.

Se pide la distancia **d** en verdadera magnitud y posición entre el punto **P** y la recta **h**.

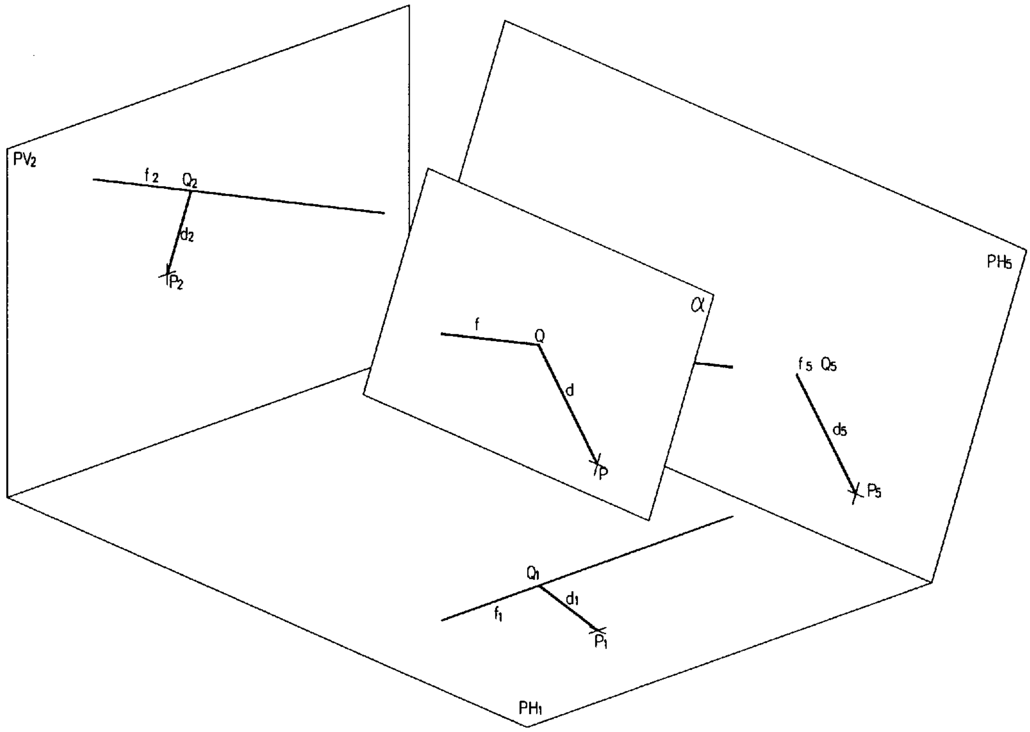
Al estar la distancia **d** contenida en un plano α perpendicular a la recta horizontal **h**, este plano debe ser proyectante horizontal. Si realizamos un cambio de plano vertical de proyección, perpendicular a la recta **h**, este plano lo observaremos en verdadera magnitud, y por lo tanto, podremos encontrar **d**$_4$, que es la verdadera magnitud de la distancia. Si pasamos el punto **Q** a las proyecciones principales, encontraremos las proyecciones principales del segmento distancia, que nos dan la posición: **d**$_1$ y **d**$_2$.

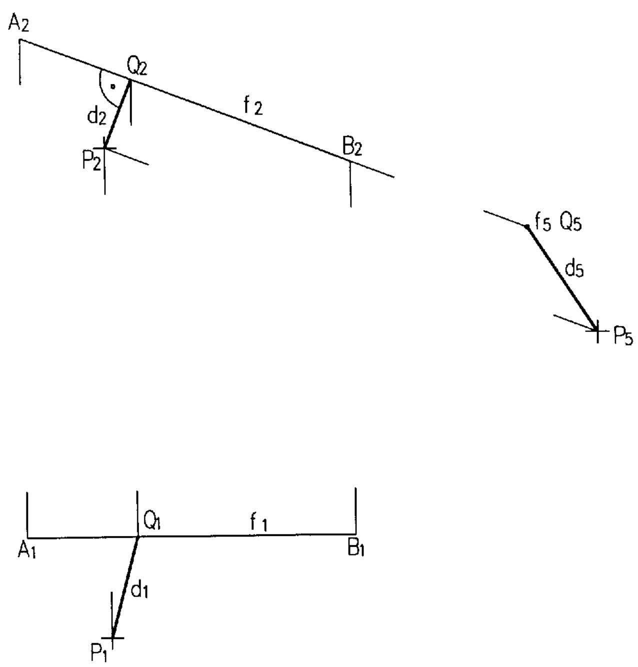


Distancia entre un punto P y una recta frontal f

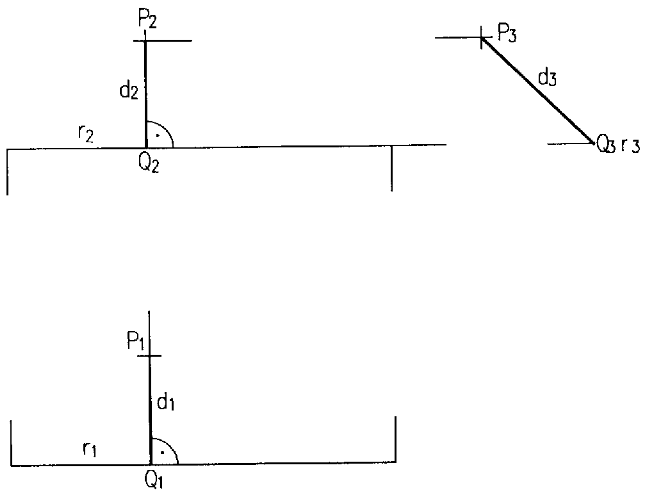
En el caso de distancia entre un punto **P** y una recta **f** (proyecciones principales dadas, $\mathbf{P_1}$,$\mathbf{P_2}$ y $\mathbf{f_1}$,$\mathbf{f_2}$), será sencillo seguir un razonamiento idéntico al que se ha seguido para encontrar la distancia entre una recta horizontal y un punto.

En este caso, se ha realizado un cambio de plano horizontal, perpendicular a la recta **f**, que nos ha permitido encontrar la verdadera magnitud $\mathbf{d_5}$ de la distancia. Si encontramos las proyecciones principales del punto **Q**, también determinamos la posición espacial de la distancia que buscábamos: $\mathbf{d_1}$ y $\mathbf{d_2}$.





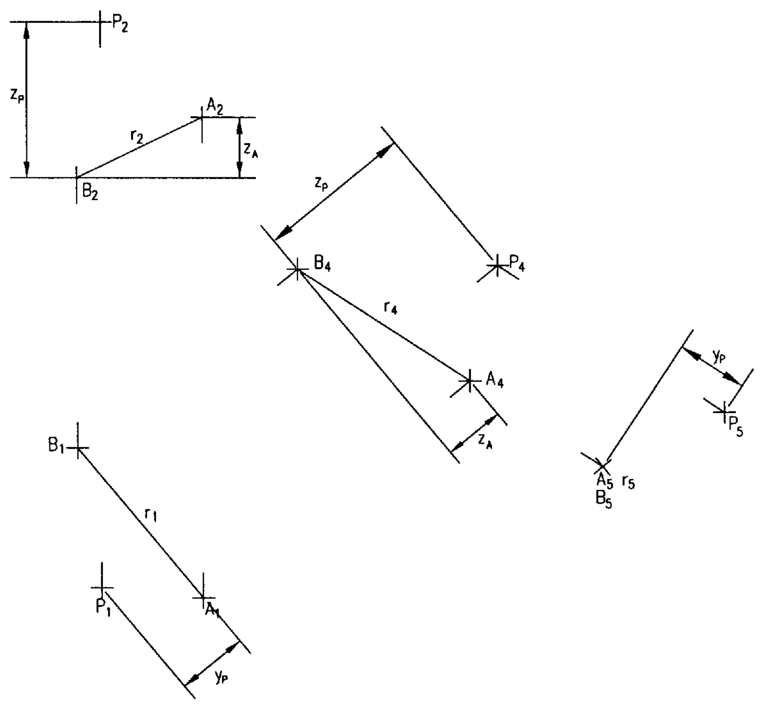
Distancia entre un punto P y una recta perpendicular al plano de perfil



Este caso no es más que un caso particular de los dos anteriores, ya que la recta dada es a la vez horizontal y frontal. Si proyectamos en un plano de perfil tendremos la distancia $\mathbf{d_3}$ en verdadera magnitud. Las proyecciones diédricas principales $\mathbf{d_1}$ y $\mathbf{d_2}$ nos dan la posición espacial del segmento distancia, que en este caso es de perfil.

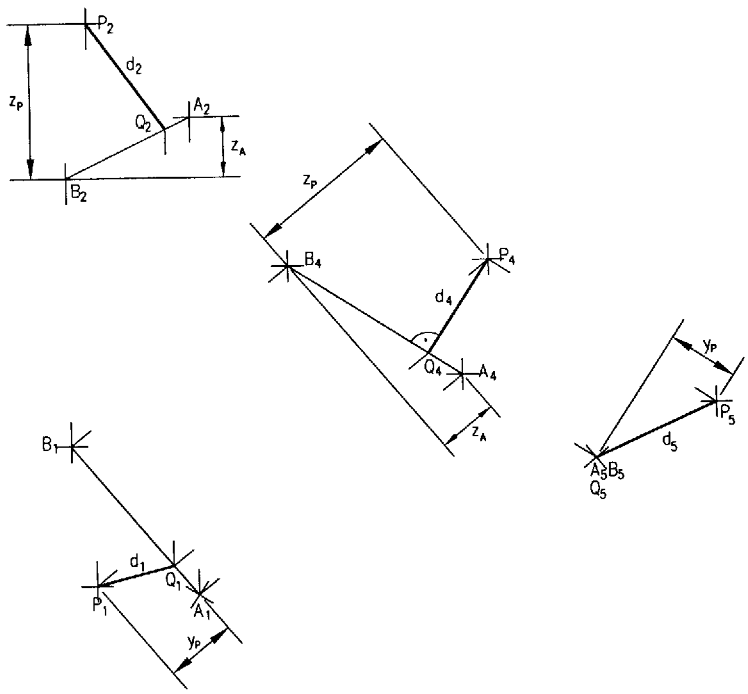
Distancia entre un punto P y una recta r oblicua (caso general)

Datos: Las proyecciones principales de la recta **r** y del punto **P**: $\mathbf{r_1,r_2,P_1,P_2}$.



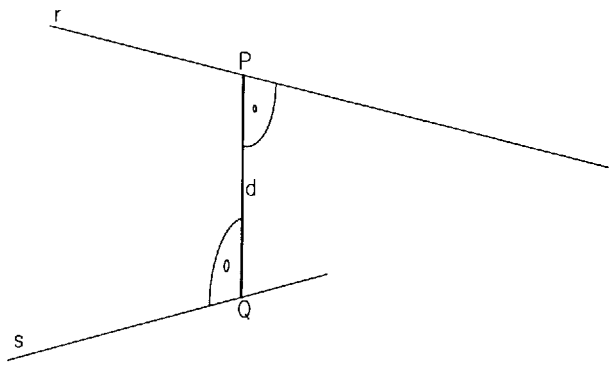
Se han tomado dos puntos auxiliares de la recta **r**, **A** y **B**, para realizar los cambios de plano de proyección que nos permitan obtener la posición favorable de la recta **r** perpendicular a un plano de proyección.

Si pasamos el punto **Q** a las proyecciones principales encontraremos la posición espacial del segmento distancia: proyecciones $\mathbf{d_1}$ y $\mathbf{d_2}$.



15.6. Distancia entre dos rectas

La distancia **d** entre dos rectas **r** y **s** cualesquiera es siempre un segmento **PQ** perpendicular, simultáneamente, a las dos rectas.



Distancia entre dos rectas paralelas entre sí

Las formas de resolver el problema de encontrar la distancia entre dos rectas paralelas son diversas:

- Puesto que dos rectas paralelas definen un plano, cualquier método que nos permita encontrar la verdadera magnitud de este plano - abatimiento, cambios de plano o giros - nos permitirá encontrar la distancia.

- La distancia entre dos rectas paralelas es la misma que la de un punto cualquiera **P** de una de las rectas **s** a la otra recta **r**. El problema, por lo tanto, puede quedar reducido a la distancia punto-recta, ya tratado.

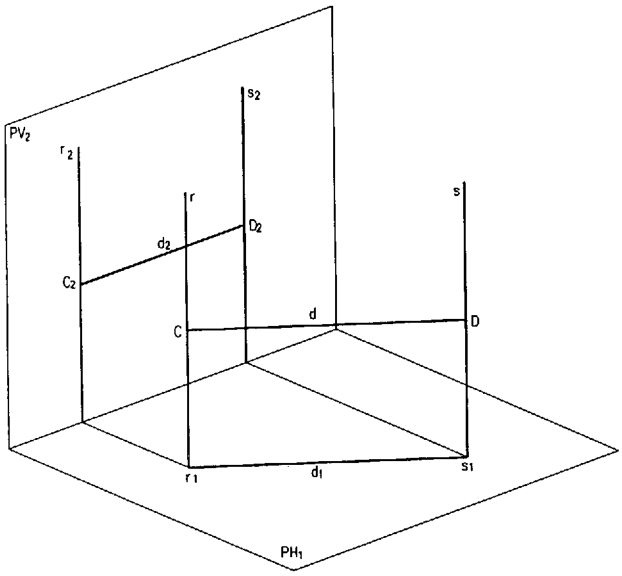
- Si colocamos las rectas perpendicularmente a un plano de proyección, el segmento distancia se proyectará en verdadera magnitud en este plano de proyección.

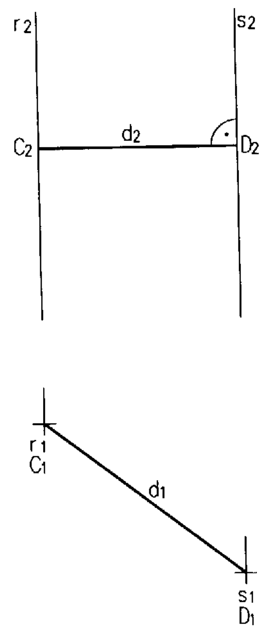
Hemos optado por esta tercera forma de resolver el problema ya que la posición de recta perpendicular a un plano de proyección es la más favorable para encontrar la distancia entre dos rectas, incluso cuando las rectas no son paralelas.

1. Cuando son perpendiculares a un plano de proyección

En este caso, la distancia se proyecta en verdadera magnitud en el plano en el cual las rectas son perpendiculares.

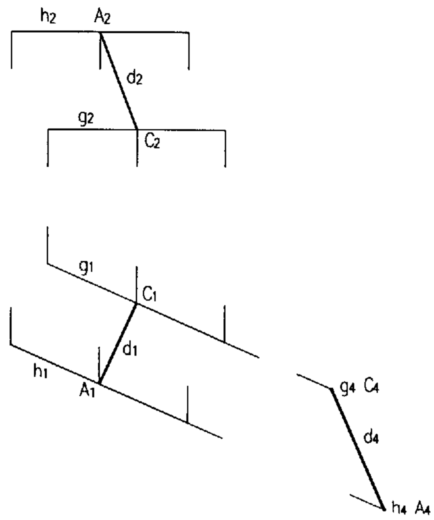
Por ejemplo, si suponemos dos rectas verticales **r** y **s**, la posición espacial de la distancia viene dada por las proyecciones diédricas $\mathbf{d_1=C_1D_1}$ y $\mathbf{d_2=C_2D_2}$. Uno de los dos puntos (**C o D**) se ha elegido arbitrariamente en una de las dos rectas y el otro viene impuesto por la posición del primero. La verdadera magnitud de la distancia será $\mathbf{d_1}$.





2. Cuando son paralelas a un plano de proyección

Mediante un único cambio de plano de proyección podemos obtener las rectas posicionadas perpendicularmente al nuevo plano, caso ya estudiado.



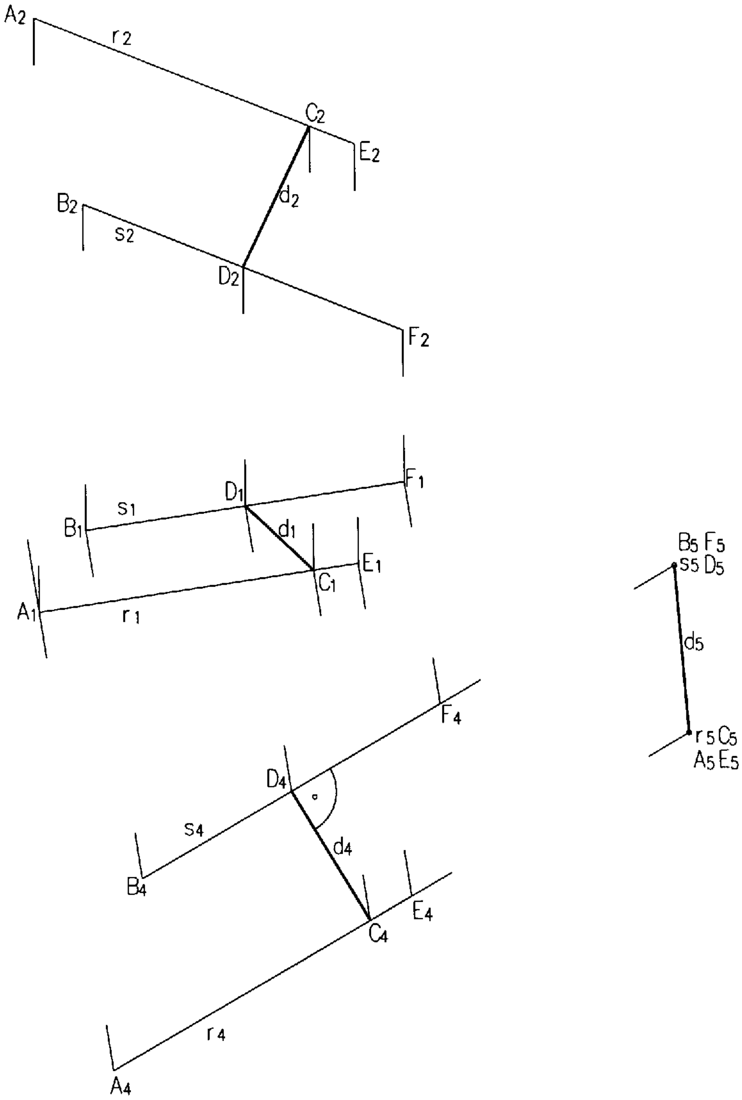
Por ejemplo:

Datos: Las proyecciones principales de dos rectas horizontales paralelas entre sí: $\mathbf{h(h_1,h_2)}$ y $\mathbf{g(g_1,g_2)}$.

Distancia solución: Verdadera magnitud $\mathbf{d_4}$; posición $\mathbf{d_1}$, $\mathbf{d_2}$.

3. Cuando son oblicuas

Si las dos rectas paralelas entre sí están situadas en una posición oblicua respecto a los dos planos de proyección, para obtener la posición de rectas perpendiculares a un plano de proyección necesitaremos dos cambios de plano.



Datos: Las proyecciones diédricas principales de dos rectas paralelas:

r(r$_1$,r$_2$) y s(s$_1$,s$_2$).

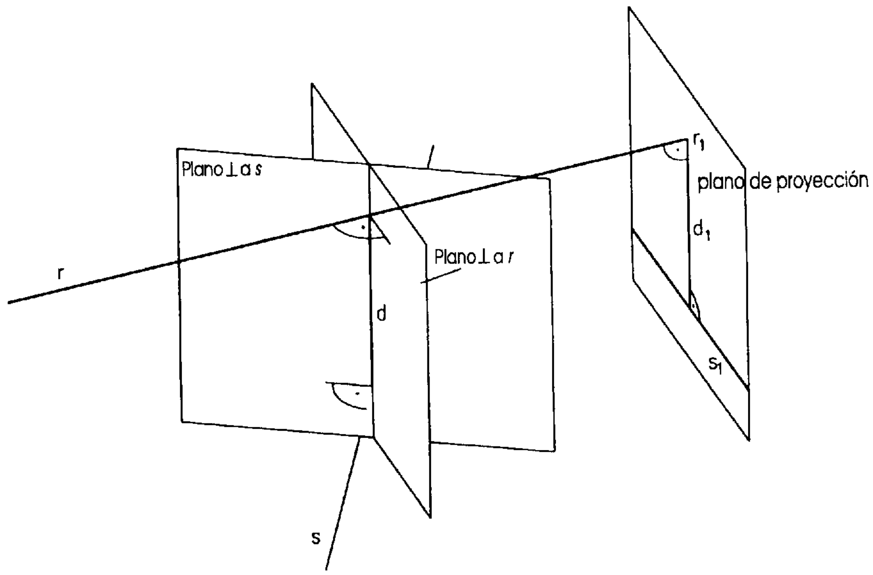
Distancia solución: Verdadera magnitud **d$_5$**; posición **d$_1$**, **d$_2$**.

Distancia entre dos rectas que se cruzan

Se ha dicho anteriormente que la distancia **d** entre dos rectas **r** y **s** cualesquiera siempre es un segmento **PQ** perpendicular simultáneamente a las dos rectas.

Por tanto, el segmento distancia **d** estará contenido en un plano **α** perpendicular a una de las rectas **r** y, simultáneamente, en otro plano **β** perpendicular a la otra recta **s**.

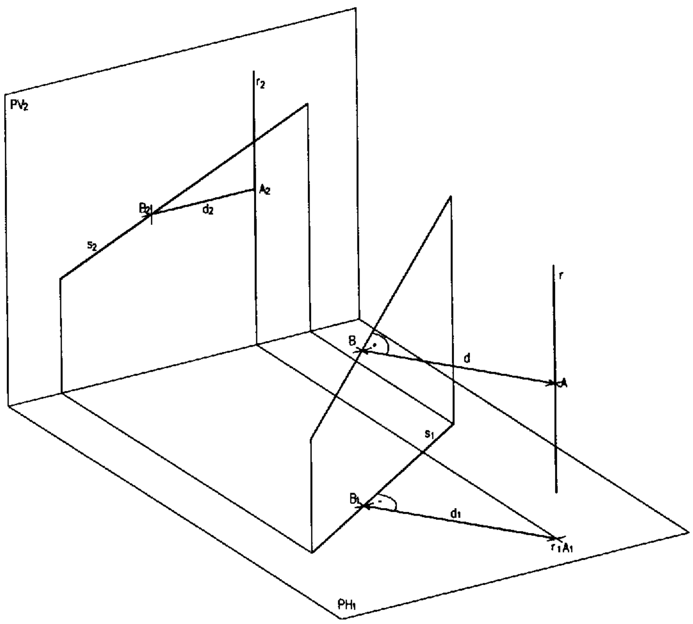
Generalmente, aprovecharemos el hecho de que la posición favorable de una de las rectas perpendicular al plano de proyección nos permite ver la verdadera magnitud de la distancia entre las dos rectas y además nos permite encontrar los extremos del segmento distancia.

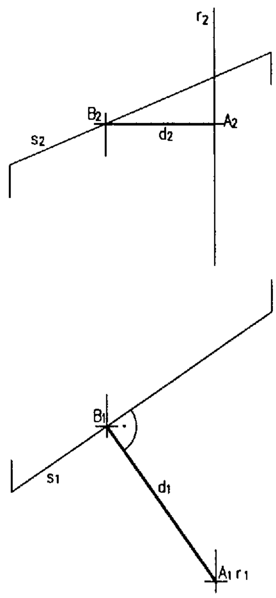


1. Cuando una de ellas es perpendicular a un plano de proyección

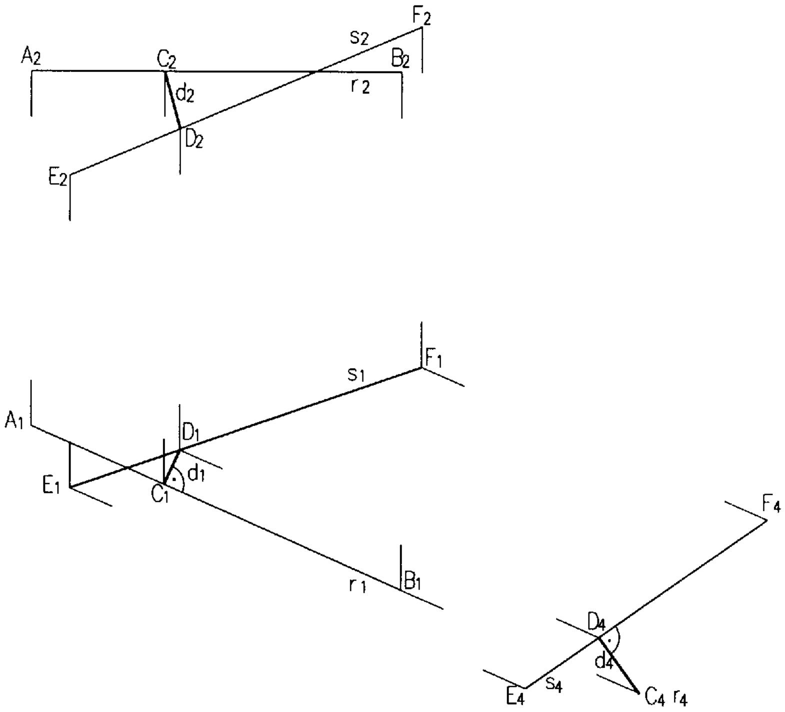
Datos: las proyecciones diédricas de las rectas **r** y **s**: $\mathbf{r_1},\mathbf{r_2}$ y $\mathbf{s_1},\mathbf{s_2}$.

Esta es la posición favorable que nos permite obtener directamente la verdadera magnitud del segmento distancia (en este caso $\mathbf{d_1}$). Las proyecciones de la distancia, en su posición espacial, son $\mathbf{d_1=A_1B_1}$ y $\mathbf{d_2=A_2B_2}$. Observamos que la proyección $\mathbf{s_1}$ es perpendicular a $\mathbf{d_1}$, en virtud del teorema de las tres perpendiculares.





2. Cuando una de ellas es paralela a un plano de proyección



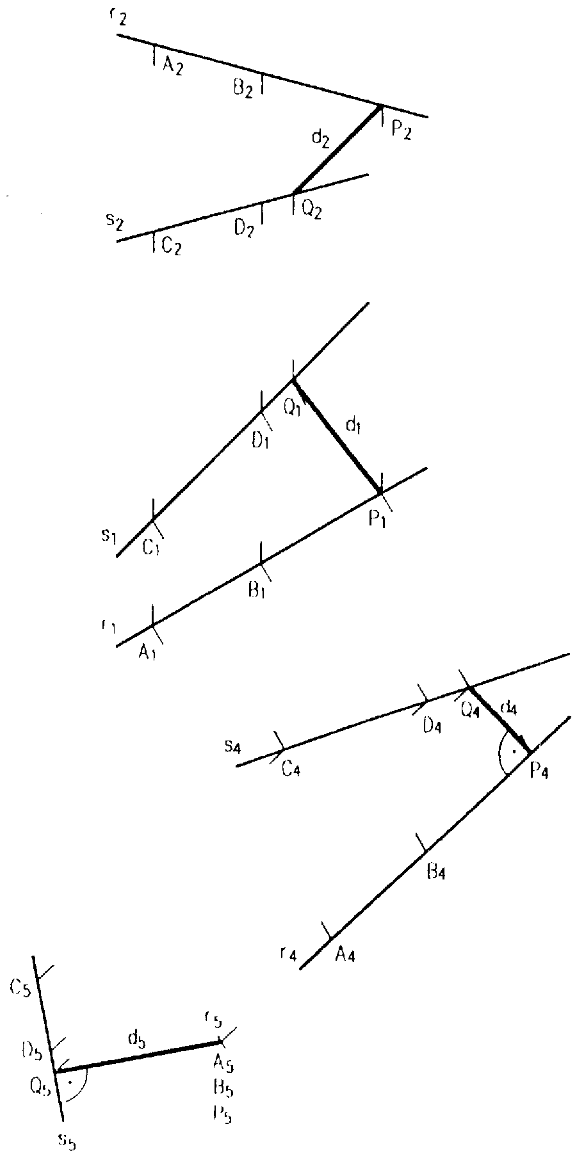
Datos: Las rectas **r** y **s**, de proyecciones principales $\mathbf{r_1}$, $\mathbf{r_2}$ y $\mathbf{s_1}$, $\mathbf{s_2}$. La recta **r** es paralela al plano horizontal de proyección.

Distancia solución: Posición $\mathbf{d_1}$,$\mathbf{d_2}$; verdadera magnitud $\mathbf{d_4}$.

Mediante el cambio de plano vertical adecuado obtenemos la posición favorable de la recta **r** perpendicular al nuevo plano.

3. Cuando son oblicuas (caso general)

Datos: Las proyecciones principales de las rectas oblicuas que se cruzan: **$r(r_1,r_2)$, $s(s_1,s_2)$**.



Resolución

Tomamos dos puntos de la recta **r (A,B)** y dos puntos de la recta **s (C,D)** para facilitar la medida de coordenadas relativas cuando efectuamos los cambios de plano de proyección.

Se toma una de las rectas para realizar los cambios de plano necesarios para colocarla perpendicular a un plano de proyección. En este caso, se ha tomado la recta **r**, y se han realizado los dos cambios de plano: un primero vertical (subíndice 4) y un segundo horizontal (subíndice 5).

Solución: Verdadera magnitud de la distancia **$d_5=P_5Q_5$**.

Posición: Proyecciones principales: **$d_1=P_1Q_1$, $d_2=P_2Q_2$**.

16.1. Problemas directos y problemas inversos

Problemas directos de ángulos: Entendemos como problema directo de ángulos aquel tipo de problema en el que se trata de encontrar la verdadera magnitud y/o posición del ángulo o ángulos que forman entre sí elementos dados (rectas, planos, rectas y planos...).

Problemas inversos de ángulos: Entendemos como problema inverso de ángulos aquel tipo de problema en el que el dato o los datos son ángulos y las incógnitas son elementos que forman entre sí estos ángulos.

A menudo nos encontramos con problemas directos, en los que es necesario medir el ángulo que forman entre sí los elementos que nos dan.

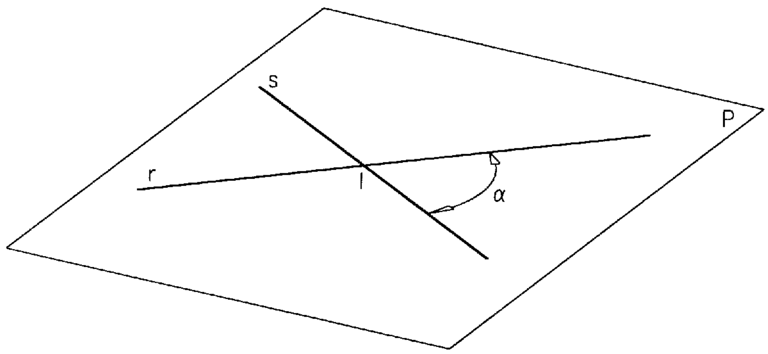
No obstante, suelen tener más aplicación práctica los problemas denominados inversos, en los que es necesario determinar los elementos que forman entre sí unos ángulos que nos son dados. A menudo nos encontraremos con más dificultades en este tipo de problemas, y es conveniente conocer métodos específicos que nos permitan resolver cada caso particular de la forma más simple posible. En esta publicación no resolveremos los múltiples casos particulares de problemas inversos.

La intención de este capítulo es solamente dar algunas ideas respecto a la posición favorable que nos permite encontrar los ángulos en los casos de problemas directos.

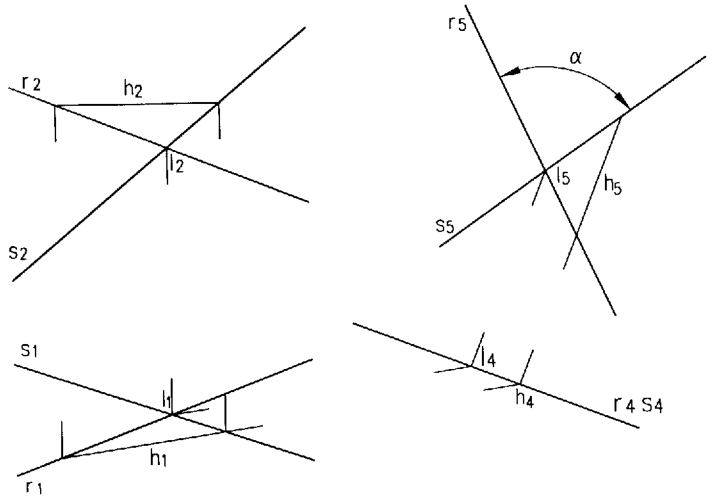
16.2. Ángulo entre dos rectas que se cortan

Cuando dos rectas **r** y **s** se cortan, determinan un plano **P**. Una posición favorable que nos permita ver la verdadera magnitud de este plano **P** también nos permitirá ver la verdadera magnitud del ángulo entre estas dos rectas.

Se trata, por lo tanto, de obtener mediante giros, cambios de plano o abatimientos, para el plano **P** determinado por **r** y **s**, aquella posición favorable del plano **P** de manera que quede paralelo a uno de los de proyección.

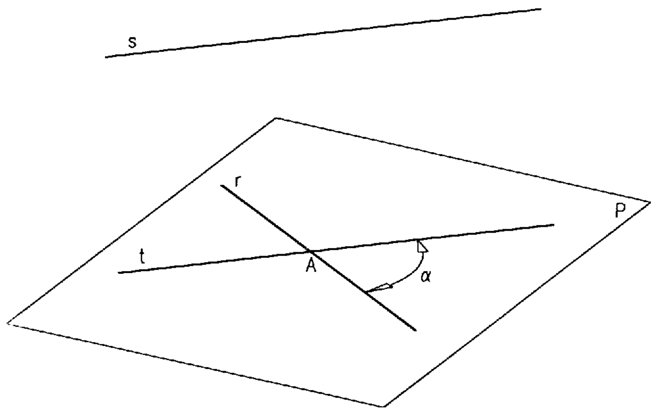


Seguidamente, se muestra con un ejemplo cómo encontrar el ángulo entre dos rectas **r** y **s** cualesquiera mediante cambios de plano.

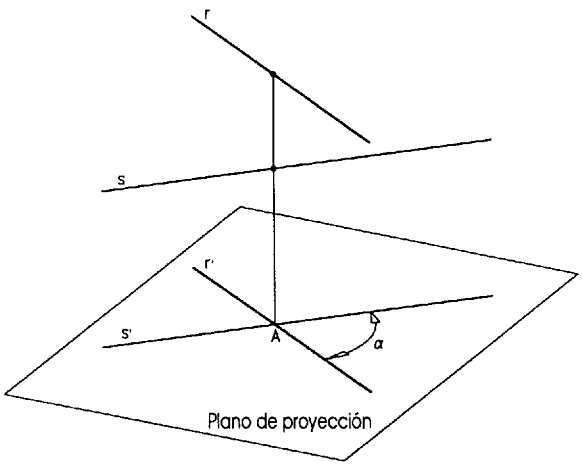


Rectas que se cruzan

Cuando dos rectas **r** y **s** se cruzan en el espacio, haremos pasar por un punto **A** cualquiera de una de ellas (por ejemplo, de la recta **r**) una recta auxiliar **t** que sea paralela a la otra recta, **s**. El ángulo que forman las rectas **r** y **s** es el mismo que el ángulo que forman las rectas **r** y **t**, que se cortan en un punto **A**. El problema queda, por tanto, reducido al caso anterior de ángulo entre dos rectas que se cortan.

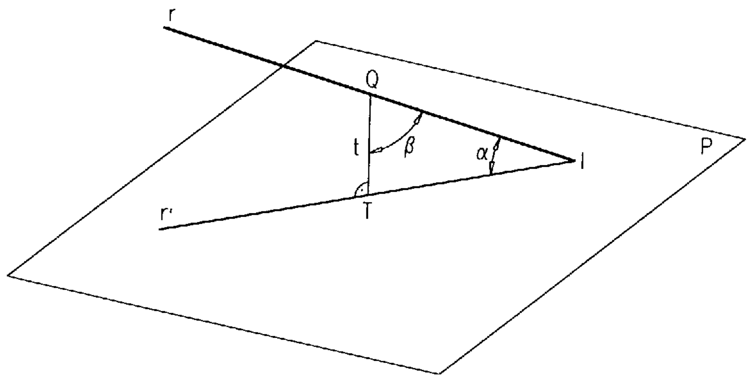


Si las dos rectas dadas, **r** y **s** - que se cruzan - son paralelas a uno de los planos de proyección, el ángulo que forman **r** y **s** se proyecta en verdadera magnitud en este plano, y en este caso no será necesario hacer uso de una tercera recta **t** auxiliar.



16.3. Ángulo entre recta y plano

El ángulo **α** que forman entre sí un plano **P** y una recta **r** es el que forma la recta **r** con su proyección ortogonal sobre el plano **P** (recta **r’**).

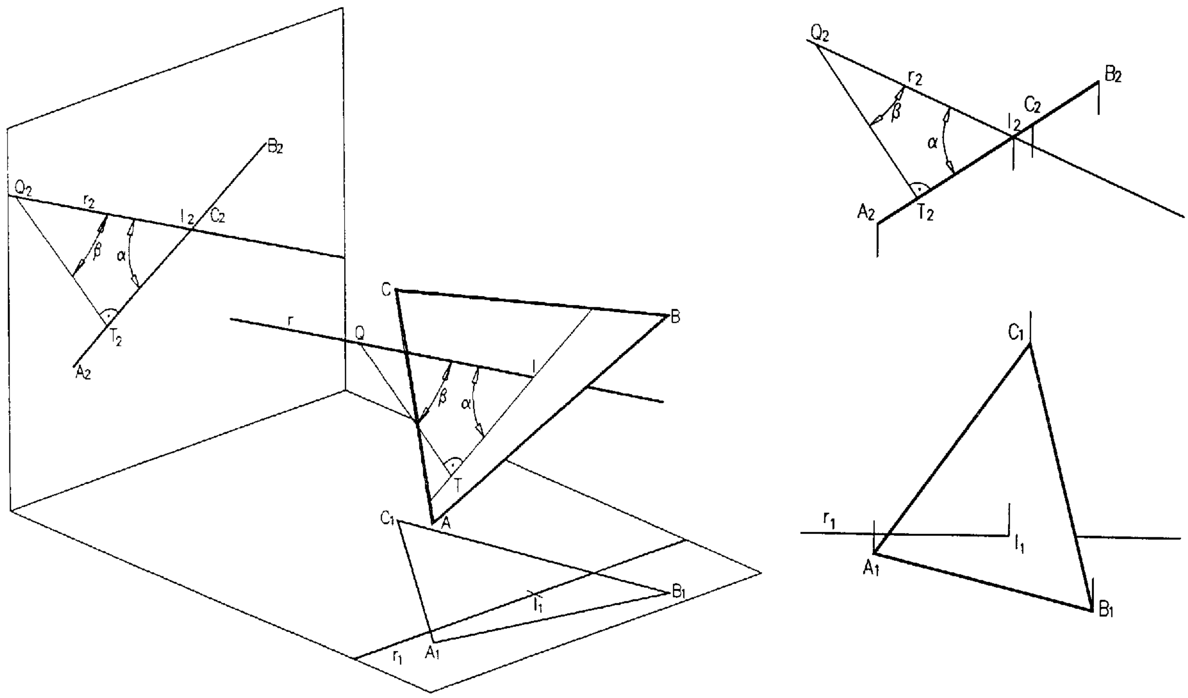


El problema queda, por lo tanto, reducido a encontrar el ángulo entre dos rectas que se cortan, cosa que ya ha sido comentada anteriormente.

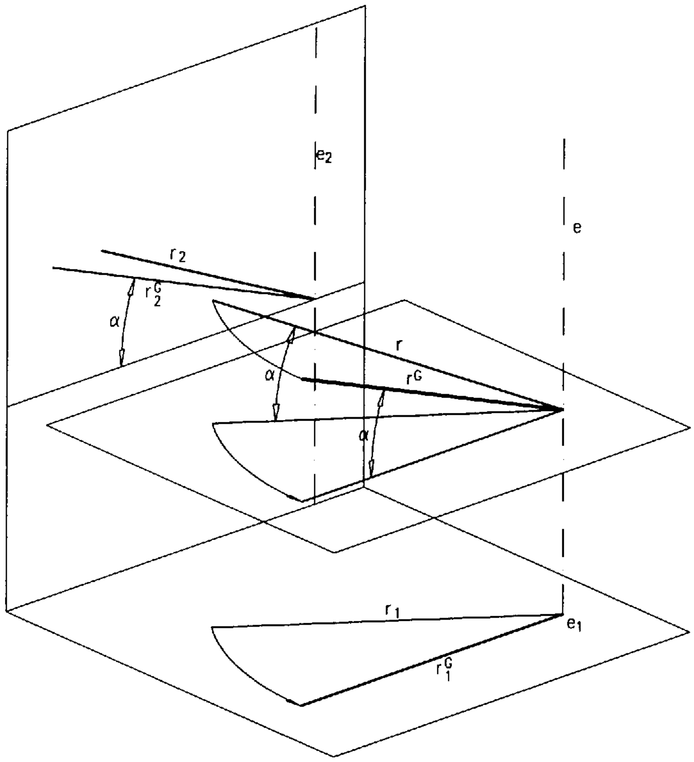
También podemos observar que las rectas **r, r’ y t** son coplanarias.
r = recta dada
r’= proyección ortogonal de la recta **r** sobre el plano **P**
t = recta perpendicular al plano **P**, que corta a la recta **r** en un punto **Q** cualquiera.

IQT es un triángulo rectángulo. Si sólo debemos determinar el ángulo en verdadera magnitud, en muchos casos puede ser más cómodo determinarlo indirectamente a partir de su complementario **β** (**α**+**β**=90°); por ejemplo, realizando un abatimiento del plano determinado por **t** y **r**.

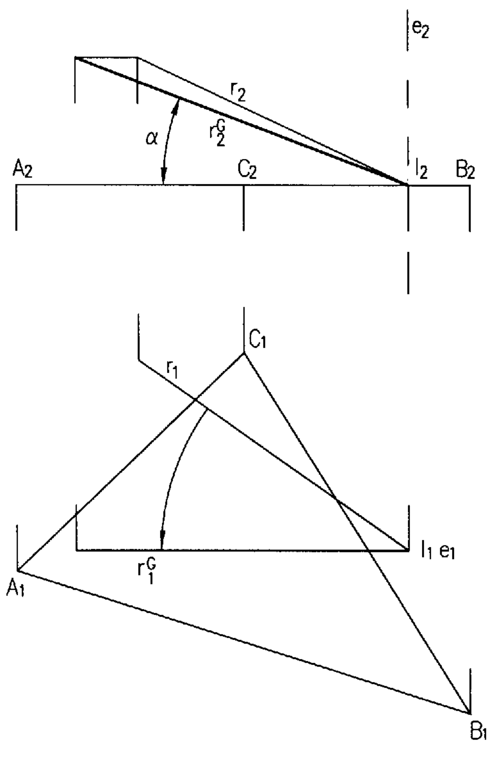
En el sistema diédrico, una posición favorable para encontrar el ángulo en verdadera magnitud es aquella en la que las dos rectas **r** y **r’** son paralelas a un plano de proyección. Nos encontraremos en esta situación cuando el plano **P** sea perpendicular a uno de los planos de proyección y, **además**, la recta **r** sea paralela a este mismo plano de proyección.



Caso particular de **plano paralelo a uno de los planos de proyección**:



Si giramos una recta alrededor de un eje perpendicular a un plano, el ángulo α que forma la recta **r** con el plano no se modifica. Por lo tanto, si el plano dado es paralelo a uno de los planos de proyección el giro es inmediato, y el ángulo se encuentra fácilmente. En el ejemplo que proponemos es muy cómodo colocar la recta en posición frontal, lo cual nos permite observar el ángulo α en verdadera magnitud.



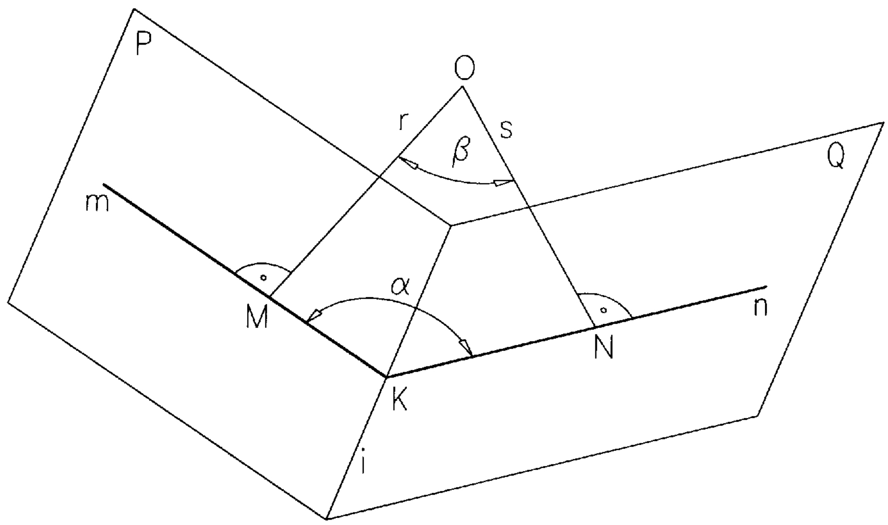
16.4. Ángulo entre dos planos

El ángulo **α** entre dos planos **P** y **Q** también lo podemos reducir al caso de ángulo entre dos rectas que se cortan:

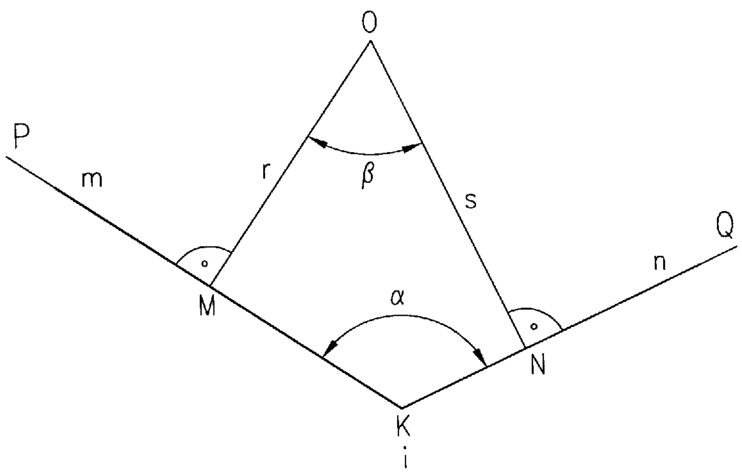
- Sea **i** la recta de intersección entre los dos planos dados **P** y **Q**.
- Sea **K** un punto cualquiera que pertenece a la recta **i**.
- Sea **m** la recta que pertenece al plano **P** y que es perpendicular a la recta **i**.
- Sea **n** la recta que pertenece al plano **Q** y que es perpendicular a la recta **i**.

Se han elegido **m**, **n** y **K** coplanarios, para poder facilitar la comprensión.

- El ángulo entre los planos **P** y **Q** es el mismo ángulo que forman las rectas **m** y **n**.



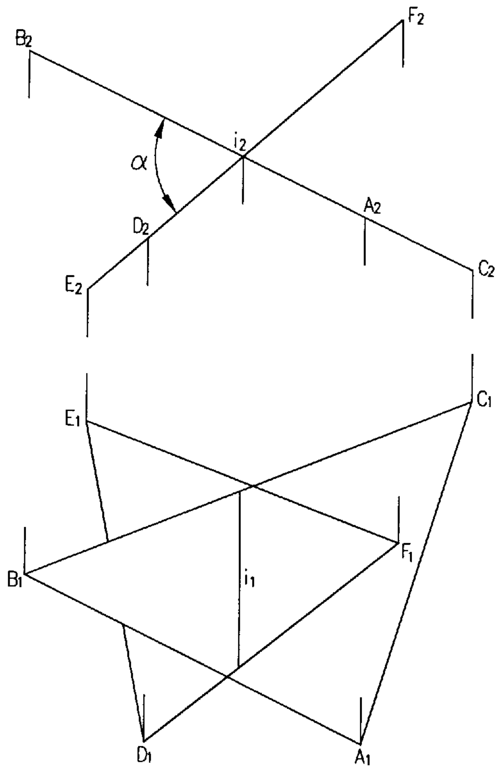
Si estudiamos la geometría del cuadrilátero formado por los puntos **M, N, O** y **K** de la figura observaremos que los triángulos **OMK** y **ONK** son rectángulos y que, por tanto, los ángulos **α** y **β** son suplementarios (**α**+**β**=180º).



Este hecho permite encontrar la verdadera magnitud del ángulo **α** indirectamente, después de encontrar su ángulo suplementario **β**: trazamos por un punto **O** exterior una recta perpendicular a cada plano **P** y **Q**. Obtendremos, por lo tanto, dos rectas, **r** y **s**, que forman el ángulo **β**, la verdadera magnitud del cual se puede encontrar fácilmente (por ejemplo, mediante un abatimiento del plano determinado por **r** y **s**).

En el sistema diédrico, una posición favorable que nos permite ver el ángulo α que forman los dos planos dados **P** y **Q** en verdadera magnitud es aquella en la cual la recta **i** (intersección de **P** y **Q**) es perpendicular a un plano de proyección, ya que el plano determinado por las rectas **m** y **n** (definidas anteriormente) se proyectará en verdadera magnitud en este plano de proyección por el hecho de ser paralelo a él.

En este ejemplo, podemos ver claramente que también podríamos tomar como ángulo entre dos planos el ángulo β, suplementario de α.



17. REFLEXIÓN SOBRE LOS MÉTODOS DEL SISTEMA DIÉDRICO

Problemas de distancias, ángulos, paralelismo, perpendicularidad... pueden resolverse más cómodamente si los planos y/o rectas están en una posición favorable. En los capítulos precedentes se ha utilizado mayoritariamente el **cambio de plano** de proyección para llegar a esta posición que facilite la resolución de los problemas planteados.

Se ha elegido la técnica del cambio de plano porque es potente, simple y útil, permite una gran pulcritud en los dibujos... Pero, es necesario insistir en el hecho de que cualquier posición favorable obtenida por cambios de plano de proyección se podría obtener mediante **giros**.

Se trata de una cuestión muy simple: para obtener una posición concreta del objeto desde el punto de vista del observador, tenemos dos alternativas: o bien se mueve el objeto (giros), o bien se mueve el observador (cambios de plano).

Las dos técnicas son igualmente correctas y los resultados que de obtienen de ellas equivalentes. El hecho de elegir una u otra técnica depende de hábitos personales del usuario del sistema diédrico de representación, aunque **recomendamos** el uso del cambio de plano de proyección.

Es muy conveniente, de todas formas, conocer el funcionamiento de las técnicas del giro y el abatimiento, que son de uso recomendable en aquellos casos que nos faciliten la resolución de los problemas planteados mediante construcciones más simples.

El abatimiento es muy útil cuando se trata de resolver problemas geométricos entre los elementos contenidos en un plano oblicuo, ya que un sólo el movimiento nos permite observar el plano en verdadera magnitud.

El **abatimiento** no es más que un caso particular de giro, y este hecho no se debe olvidarse, sobre todo si intentamos relacionar elementos contenidos en el plano que se ha abatido con otros elementos que no pertenecen a este plano.